ÖSSZEFOGLALÁS ÉS KEZDETI ÉRTÉKELÉS (7. oldal)

1. $A = \{-6, -2, 1, \frac{7}{4}, 4, 6\}$, $A \cap \mathbb{N} = \{1, 4, 6\}$, $A \cap \mathbb{Z} = \{-6, -2, 1, 4, 6\}$, $A \setminus \mathbb{Z} = \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

2. $s = -3$. **3.** $-\frac{2}{15}$. **4.** $n = 1 \in \mathbb{N}$. **5.** **a)** C; **b)** C; **c)** A; **d)** B.

6. **a)** $2^{n+3} + 2^n = 2^n \cdot (2^3 + 1) = 9 \cdot 2^n \,\vdots\, 9$. **b)** $4 \cdot m \,\vdots\, 4$, $8^m \,\vdots\, 4$, $m \in \mathbb{N}^*$;

c) $2^p + 6^p = 2^p \cdot (1 + 3^p)$ és egyetlen tényező sem osztható 3-mal.

7. $a = \frac{81}{64}$ pozitív szám. **8.** **a)** $x = 6$; **b)** $y \in \{-9; 9\}$.

9. $a = 20$, $b = 25$, $c = 30$. **10.** **a)** $S = \left\{\frac{43}{10}\right\}$; **b)** $S = \left\{\frac{13}{6}\right\}$; **c)** $S = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$. **11.** 21 gyerek.

12. 180 – 13 = 167 (lej). **13.** 3,3 tonna cement maradt. **14.** $a = b = 15$, $x = 31$. **15.** $x = 4$, $y = 2$.

16. $BC = CD = 8$ cm. **17.** **a)** $OC = 18$ cm. **b)** $MN = 6$ cm.

18. $AOB\sphericalangle = COD\sphericalangle = 133° - 90° = 43°$, $BOC\sphericalangle = 137°$.

19. **a)** $AOC\sphericalangle = 360° - (AOB\sphericalangle + BOC\sphericalangle) = 140°$, $AOD\sphericalangle = 50°$.

b) $COM\sphericalangle = 180° \Rightarrow M \in \mathrm{Int} AOB\sphericalangle$ és $AOM\sphericalangle = BOM\sphericalangle = 40°$.

20. A kijelentésben szereplő egyenlőségek még írhatók:
$2 \cdot AB + BC = 2 \cdot BC + AC = 2 \cdot AC + AB = 24$ cm és $AB + BC + AC = 24$ cm.
A $2 \cdot AB + BC = AB + BC + AC$-ból következik, hogy $AB = AC$. Majd $BC = AB$.
a) $AB = 4$ cm. **b)** $K_{ABC} = 24$ cm. **c)** $BAC = 60°$. **d)** $ABC = 60°$.

21. **a)** $AOC_\Delta \equiv BOC_\Delta$ (I.C.). **b)** Az $AOC_\Delta \equiv BOC_\Delta$-ből következik, hogy $AC = AB$.

c) $ACO\sphericalangle$, $COB\sphericalangle$ belső váltószögek, $ACO\sphericalangle = COB\sphericalangle = 60°$, tehát $AC \parallel OB$.

22. **a)** I. **b)** H. **c)** I. **d)** I. **e)** H. **23.** **a)** $ABC\sphericalangle = 30°$. **b)** $ADB\sphericalangle = 90°$. **c)** $BMD\sphericalangle = 120°$.
d) $AD = 5$ cm. **e)** $DM = 5$ cm. **f)** $d(M, BD) = 2{,}5$ cm.

24. OC a kört másodszor E-ben metszi. CE átmérő és $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{DE} = 45°$ (a CE átmérő egybevágó részekre osztja az $\overset{\frown}{AD}$ ívet) $\Rightarrow CE \perp AD$.

25. **a)** $DE^2 + DF^2 = EF^2$ (számítások); **b)** $K_{LED} = 32$ cm.

26. **a)** BD a $ABC\sphericalangle$ szög szögfelezője $\Rightarrow ABD\sphericalangle \equiv CBD\sphericalangle$. Mivel $AD \parallel BC$ és BD szelő $\Rightarrow$ $CBD\sphericalangle \equiv ADB\sphericalangle$. Ekkor $ABD\sphericalangle \equiv ADB\sphericalangle \Leftrightarrow AB \equiv AD$. **b)** $AB \equiv AD \Rightarrow A$ a BD oldalfelező merőlegesén helyezkedik el. $CB \equiv CD \Rightarrow C$ a BD oldalfelező merőlegesén helyezkedik el. Következik, hogy AC a BD oldalfelező merőlegese, tehát $AC \perp BD$.

27. **a)** BE az egyenlő oldalú háromszög oldalfelezője, tehát szögfelező is. Következik, hogy $CBE\sphericalangle = 30°$. BF az egyenlő oldalú háromszög magassága, tehát szögfelező is. Következik, hogy $CBF\sphericalangle = 30°$.

$CBE\sphericalangle \equiv CBF\sphericalangle$-ből $BC \equiv BC$, $BCE\sphericalangle \equiv BCF\sphericalangle$ $(= 60°) \overset{Sz.O.Sz.}{\Rightarrow} BCE_{\Delta} \equiv BCF_{\Delta}$, ahonnan $BE \equiv BF$. Mivel $EBF\sphericalangle = CBE\sphericalangle + CBF\sphericalangle = 60° \Rightarrow BEF_{\Delta}$ egyenlő oldalú. **b)** Jelöljük $AD \cap BC = \{M\}$. Akkor M a BC szakasz felezőpontja. Az ACD_{Δ}-ben, EF középvonal, tehát EP középvonal az ACM_{Δ}-ben és P a CM szakasz felezőpontja. $\dfrac{BP}{CP} = 3$.

28. Két eset létezik: 1) C és D az AB egyenes ugyanazon az oldalán találhatók; 2) C és D az AB egyenes különböző oldalán van. a) Egy szakasz oldalfelezőjén lévő pontok tulajdonságát alkalmazzuk.

$ACD_{\Delta} \equiv BCD_{\Delta}$ (O.O.O.). **b)** $ADB\sphericalangle = 76°$.

29. **a)** $AE = DE = \dfrac{BC}{2}$; **b)** Ha $E \in AD$, akkor ABC és DBC egyenlő szárú derékszögű háromszögek közös átfogóval, tehát egybevágók. Ha $E \notin AD$, legyen $\{M\} = AD \cap BC$.

Ebből következik, hogy BC az AD szakasz oldalfelezője, tehát $BA = BD$.

$ABC_{\Delta} \equiv DBC_{\Delta}$ (Á.B.).