L3 A befogó tétele (198. oldal)

1. p_1: H, p_2: I, p_3: H.

2. $BD = 32$ cm, $BC = 50$ cm, $AB = 30$ cm.

3. **a)** $c_1 = 15$cm, $c_2 = 20$cm. **b)** $c_1 = 8$cm, $c_2 = 8\sqrt{3}$ cm.
c) $c_1 = 18$cm, $c_2 = 6\sqrt{3}$ cm. **d)** $c_1 = x\sqrt{10}$, $c_2 = 3x\sqrt{10}$ cm.

4. $BE = 10$ cm.

5. **a)** $CD = 12{,}8$ cm, $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm;
b) $CD = 2$ cm, $AB = 2\sqrt{6}$ cm, $AC = 2\sqrt{3}$ cm.
c) $BD = 6$ cm, $CD = 19$ cm, $AC = 5\sqrt{19}$ cm.
d) $BC = 4x$ cm, $AC = 2x\sqrt{3}$ cm.

6. $EG = 9$ cm, $DF = 20$ cm, $FL = \dfrac{80}{3}$ cm.

7. $BM = l = 18$ cm, $h = 2 \cdot AC = 8\sqrt{5}$ cm.

8. **a)** $AD = 4$ cm, $AB = 4\sqrt{3}$ cm; **b)** $\mathcal{T}_{BEF} = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ cm^2.

9. Válasszuk $B\sphericalangle < C\sphericalangle$
a) $DM = \dfrac{AM}{2} = \dfrac{BC}{4}$ és $\dfrac{DM}{BC} = \dfrac{1}{4}$.
b) $BD = 3x$, $DC = x$. $\left(\dfrac{AB}{AC}\right)^2 = \dfrac{AB^2}{AC^2} = \dfrac{BD \cdot BC}{DC \cdot BC} = 3$ és $\left(\dfrac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\dfrac{AC}{AB}\right)^2 = \dfrac{10}{3}$.

10. **a)** Alkalmazva a befogó tételét az ADB és ADC háromszögekben kapjuk, hogy
$AD^2 = AE \cdot AB = AF \cdot AC \Rightarrow \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AC}{AB}$;
b) Mivel $\dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AC}{AB} \Rightarrow \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AF}{AB}$ és $EAF\sphericalangle \equiv CAB\sphericalangle$, az O.SZ.O. eset alapján $AEF_\Delta \sim ACB_\Delta$;
c) $EF = AD = 6$ cm.

11. **a)** Az ACE_Δ-ben, D a CE oldalon helyezkedik el, $AE^2 = ED \cdot EC$. Alkalmazva a befogó tétel fordított tételét következik, hogy $CAE\sphericalangle = 90^\circ$.

12. A C pont az ADP háromszög AD oldalán található és $PD^2 = CD \cdot AD \Rightarrow PCD\sphericalangle = 90^\circ$.

13. **a)** $DFE\sphericalangle = 90^\circ$; **b)** $r = 12{,}5$ cm, $l_{kör} = 25\pi$ cm.

14. **a)** $AB^2 = BC \cdot BD \Rightarrow \sphericalangle BAD = 90^\circ$.
b) Az A-B-D-C-A útvonalon $d_1 = 165$ km-t tesz meg, az A-C-B-D-C-A útvonalon $d_2 = 185$ km-t tesz meg.
A minimális távolság 165 km.
c) $AD = 37{,}5$ km és az A-B-C-A útvonal hossza 150 km.