L2 Háromszögek hasonlósági kritériumai (181. oldal)

1. **a)** $AED_\Delta \sim ABC_\Delta$ (SZ.SZ.); **b)** $ONP_\Delta \sim GFH_\Delta$ (O.O.O.); **c)** $URS_\Delta \sim ULT_\Delta$ (O.SZ.O.).

2. **a)** $ABC_\Delta \sim DEF_\Delta$ (SZ.SZ.): $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}$, $A\sphericalangle \equiv D\sphericalangle$, $B\sphericalangle \equiv E\sphericalangle$, $C\sphericalangle \equiv F\sphericalangle$.

b) ORT_Δ-ben $O\sphericalangle = 90^\circ$, $TR = 2\cdot OR \Rightarrow T\sphericalangle = 30^\circ$ és $R\sphericalangle = 60^\circ \Rightarrow MNP_\Delta \sim ORT_\Delta$ (O.SZ.O.):
$\frac{MN}{OR}=\frac{NP}{RT}=\frac{PM}{TO}$, $M\sphericalangle \equiv O\sphericalangle$, $N\sphericalangle \equiv R\sphericalangle$, $P\sphericalangle \equiv T\sphericalangle$.

3. **a)** $ADC\sphericalangle = 60^\circ \Rightarrow ADB\sphericalangle = 120^\circ$, de a feltétel szerint, $B\sphericalangle = C\sphericalangle = 30^\circ$. $ABC_\Delta \sim DBA_\Delta$ (SZ.SZ.).

b) $ABC_\Delta \sim DBA_\Delta \Rightarrow \frac{AB}{DB}=\frac{BC}{BA}$ ahonnan $AB^2 = BC\cdot BD$.

4. **a)** $ABC_\Delta \sim DEF_\Delta \Rightarrow \frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{\frac{BC}{2}}{\frac{EF}{2}}=\frac{BM}{EN}$ és $B\sphericalangle \equiv E\sphericalangle \overset{O.Sz.O.}{\Rightarrow} ABM_\Delta \sim DEN_\Delta$;

b) $ABC_\Delta \sim DEF_\Delta \Rightarrow C\sphericalangle \equiv F\sphericalangle$ és $A\sphericalangle \equiv D\sphericalangle$ vagy $C\sphericalangle \equiv F\sphericalangle$ és $CAM\sphericalangle \left(=\frac{\sphericalangle A}{2}=\frac{\sphericalangle D}{2}\right) \equiv FDN\sphericalangle \overset{Sz.Sz.}{\Rightarrow}$

$ACM_\Delta \sim DFN_\Delta$.

c) $ABM_\Delta \sim DEN_\Delta$ (SZ.SZ.) $\Rightarrow \frac{AB}{DE}=\frac{AM}{DE}$ de $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF} \Rightarrow \frac{AM}{DE}=\frac{BC}{EF}$.

5. **a)** Az DEF és ABC háromszögek egyenlő oldalúak, tehát hasonlók (SZ.SZ.).
b) A, B, C a DEF háromszög oldalainak középpontjai.
$AB = BD = AE = 5$ cm, $DE = 10$ cm, $\mathcal{K}_{ABDE} = 25$ cm.

6. **a)** $ABC_\Delta \sim DAC_\Delta$ (SZ.SZ.);

b) $ABD\sphericalangle \equiv CDE\sphericalangle$ (megfelelő szögek), $ADB\sphericalangle \equiv CED\sphericalangle \overset{Sz.Sz.}{\Rightarrow} ABD_\Delta \sim CDE_\Delta$.

c) a)-ból, $\frac{AC}{CD}=\frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{16}{12{,}8}=\frac{BC}{16}$ és $BC = 20$ cm.

$AB \parallel DE \Rightarrow ABC_\Delta \sim EDC_\Delta$ és $\frac{CD}{BC}=\frac{EC}{AC}; \frac{12{,}8}{20}=\frac{EC}{16} \Rightarrow EC = 10{,}24$ cm.

7. $ABC_\Delta \sim CDE_\Delta$ (SZ.SZ.). **a)** $\frac{K_{ABC}}{K_{CDE}}=\frac{AC}{CE}=3$; **b)** $\frac{T_{CDE}}{T_{ABC}}=\left(\frac{CE}{AC}\right)^2=\frac{1}{9}$.

8. **a)** $BCE_\Delta \sim CDB_\Delta$ (SZ.SZ.) $\Rightarrow \frac{BC}{CD}=\frac{BE}{BC} \Rightarrow BC^2 = BE\cdot CD$ (1).

b) $AB = CD = 8$ cm, $BC = 6$ cm. (1) –ből következik, hogy $BE = 4{,}5$ cm, ahonnan $AE = AB - BE$ $= 3{,}5$ cm.

9. Mindkét esetben, $AD \| CF \overset{Hasonlóság A.t.}{\Rightarrow} ADE_{\Delta} \sim FCE_{\Delta}$.

10. **a)** $AOB_{\Delta} \sim COD_{\Delta} \Rightarrow \dfrac{OB}{OD} = \dfrac{AB}{CD}$; $EO \| AB \Rightarrow \dfrac{OB}{OD} = \dfrac{AE}{DE}$.

$\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{AE}{DE}$ és $A\sphericalangle \equiv D\sphericalangle \Rightarrow ABE_{\Delta} \sim DCE_{\Delta}$.

b) $ABE\sphericalangle \equiv BEO\sphericalangle$ (belső váltószögek), $DCE\sphericalangle \equiv CEO\sphericalangle$ (belső váltószögek) és $ABE_{\Delta} \sim DCE_{\Delta} \Rightarrow$ $ABE\sphericalangle \equiv DCE\sphericalangle$. A három kongruencia szerint $\sphericalangle BEO\sphericalangle \equiv \sphericalangle CEO\sphericalangle$, tehát EO a BEC szög szögfelezője.

11. **a)** $ABC_{\Delta} \sim DEF_{\Delta}$, $\dfrac{AB}{DE} = k$, $\dfrac{\mathsf{K}_{ABC}}{\mathsf{K}_{CDE}} = k$, $\dfrac{\mathsf{T}_{ABC}}{\mathsf{T}_{DEF}} = k^2$; $\dfrac{\mathsf{T}_{ABC}}{\mathsf{T}_{DEF}} = \dfrac{9}{16} \Rightarrow \dfrac{\mathsf{K}_{ABC}}{\mathsf{K}_{CDE}} = \dfrac{3}{4}$;

b) $KLM_{\Delta} \sim NPQ_{\Delta}$, $\dfrac{KL}{NQ} = n$, $\dfrac{\mathsf{K}_{KLM}}{\mathsf{K}_{NPQ}} = n$, $\dfrac{\mathsf{T}_{KLM}}{\mathsf{T}_{NPQ}} = n^2$; $\dfrac{\mathsf{K}_{KLM}}{\mathsf{K}_{NPQ}} = 1{,}5 = \dfrac{3}{2} \Rightarrow \dfrac{\mathsf{T}_{KLM}}{\mathsf{T}_{NPQ}} = \dfrac{9}{4}$.