L1 Trapezul: clasificare, proprietăți (pagina 120)

1. p_1: trapez, p_2: baze ale trapezului, p_3: laturi neparalele ale trapezului, p_4: diagonale ale trapezului.

2. p_1: paralelogram, p_2: trapez.

3. **b)** Baza mare IJ, baza mică KL, laturile neparalele IL și JK.

4. **b)** Baza mare AB, baza mică CD, laturile neparalele AD și BC.

5. **a)** $\sphericalangle M = 70°$, $\sphericalangle N = 110°$, $\sphericalangle P = 140°$, $\sphericalangle Q = 40°$.

6. **a)** $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 55°$, $\sphericalangle C = \sphericalangle D = 125°$; **b)** $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 50°$, $\sphericalangle C = \sphericalangle D = 130°$.

7. **a)** Baza mare CD, baza mică AB; **b)** $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 135°$, $\sphericalangle C = \sphericalangle D = 45°$;
c) Fie $AD \cap BC = \{E\}$. În triunghiul CDE, $\sphericalangle C = \sphericalangle D = 45° \Rightarrow \sphericalangle CED = 90°$, deci $AD \perp BC$.

8. **a)** F; **b)** A; **c)** A; **d)** F; **e)** A; **f)** F; **g)** A; **h)** A.

9. $ME = MF \Rightarrow \sphericalangle MEF \equiv \sphericalangle MFE$. Dar $\sphericalangle MEF \equiv \sphericalangle EMD$ (alterne interne) și $\sphericalangle MFE \equiv \sphericalangle CMF$ (alterne interne) $\Rightarrow \Delta DME \equiv \Delta CMF$ (L.U.L) și $DE \equiv CF$.

10. $\sphericalangle DAC \equiv \sphericalangle CAB$ și $\sphericalangle CAB \equiv \sphericalangle ACD \Rightarrow \sphericalangle DAC \equiv \sphericalangle ACD$ și ΔACD este isoscel cu $AD \equiv DC$.
$\sphericalangle CBD \equiv \sphericalangle DBA$ și $\sphericalangle DBA \equiv \sphericalangle BDC \Rightarrow \sphericalangle CBD \equiv \sphericalangle BDC$ și ΔBCD este isoscel cu $DC \equiv BC$.
Rezultă $AD \equiv BC$, deci trapezul este isoscel și $AC \equiv BD$.

11. $\sphericalangle M + \sphericalangle N = 180° \Rightarrow MQ \parallel NP$. Dacă $MQ = NP$, atunci $MNPQ$ este paralelogram, iar dacă $MQ > NP$ sau $MQ < NP$, atunci $MNPQ$ este trapez.

12. Fie AB baza mare a trapezului și CE, DF înălțimi ale trapezului, $E, F \in AB$.
$\sphericalangle ADF = \sphericalangle BCE = 45°$. Atunci, triunghiurile ADF și BCE sunt dreptunghice isoscele, $AF = BE = 6$ cm, $AB = 20$ cm.

13. **a)** $\Delta ABD \equiv \Delta BAC$ (L.L.L.) $\Rightarrow \sphericalangle ABD \equiv \sphericalangle BAC$, deci ΔAOB este isoscel cu $AO \equiv BO$.
Deoarece $AC \equiv BD$, $AC = AO + OC$, $BD = BO + OD \Rightarrow CO \equiv DO$ și ΔCOD este isoscel;
b) $\Delta AOD \equiv \Delta BOC$ (L.U.L.).

14. 72°, 108°, 90°, 90°.

15. $\sphericalangle ABC = 135°$, $\sphericalangle BCD = 45°$, $\sphericalangle CDB = 45°$.

16. Fie $PR \perp MN$, $R \in MN$. $MQPR$ pătrat și $MQ = PR = MR = 6$ cm. Atunci, $RN = 8$ cm.
Aplicând teorema lui Pitagora în ΔPRN, se obține $PN = 10$ cm.

17. Din ipoteză, $\sphericalangle APT = 90°$. ΔAPT isoscel $\Rightarrow \sphericalangle ATP = 45° = \sphericalangle ATR$. Deoarece ΔATR este isoscel, distingem situațiile:

I. Dacă $AT \equiv AR$, unghiurile trapezului au măsurile $\sphericalangle APT = \sphericalangle PTR = 90°$, $\sphericalangle ART = 45°$, $\sphericalangle PAR = 135°$.

II. Dacă $AT \equiv TR$, unghiurile trapezului au măsurile $\sphericalangle APT = \sphericalangle PTR = 90°$, $\sphericalangle ART = 67°30'$, $\sphericalangle PAR = 112°30'$.

Comentariu: Cazul $AR \equiv TR$ nu este posibil deoarece $TRAP$ ar fi dreptunghi și este contrazisă ipoteza problemei.